

2. 研究の詳細

プロジェクト名	離散確率論における有限構造の調査と極限定理に関する研究		
プロジェクト期間	平成26年度		
申請代表者 (所属講座等)	中田 寿夫 (数学教育講座)	共同研究者 (所属講座等)	

①研究の目的

離散確率モデルに関してモデルから導かれる極限分布の調査を研究の目的として研究を進めた。期待値が発散するような扱いづらい確率モデルを研究したが、発散することをうまく克服しながら、確率モデルが持つ有限構造や他のモデルとの関連性を調査し、モデルの本質的な部分のみ抽出して極限定理に関して明らかにすることを目標にした。具体的には、極限分布が存在するかどうか、極限分布が存在したらどのような形をしており、どのような性質をもつかということに関しての調査を目的とした。

②研究の内容

本研究期間内ではこれまでに得られた結果を国内外に発表して、それを発展させながら新しい結果を少しばかり得ることができた。明確に得られたのはペテルスブルグのゲームに関することくらいであるのでそれに関する部分のみを説明する(他にもいくつかの事を考えたつもりではあるが、結果として直接発表することはできないものばかりである)。

ペテルスブルグのゲームは期待値が発散する典型的な確率モデルとして確率論の研究者だけではなく、確率に興味がある一般の人にも認知されており、人口に膾炙した確率モデルと言える。しかしながら、このモデルから数学的に意味をなす結果を引き出すことはそれほど容易なことではない。ペテルスブルグのゲームは、大数の法則とともに、定理が発見されてから300年を迎えるということで、多くの研究者の目に止まっていたようである。そのような事情もあって、近年になって現代の研究としていくつかの発展があった。そのうちのひとつで、ペテルスブルグのゲームを一般化した上で特性関数(確率分布のFourier変換)を調査する研究がUPサラ大学のGut教授、ストックホルム大学のMartin-Lof教授の2013年の共著論文により発表された。この研究が本研究の直接的な先行研究となっているが、極限分布が無分解可能であるだけでなく、Levy-Khintchine表現を明示的に与えたものである。本研究では、Gut, Martin-Lof (2013) の設定を踏襲して、極限分布に関してLevy-Khintchine表現とは違った明確な形を与えた。これは、安定分布の標準形を自然に拡張する形となっている。より詳しく述べると、安定分布の標準形にガンマ関数を用いた無限和の項が足された形が得られた。手法として留数解析を用いたものであるが、Gut, Martin-Lofにより導入された一般化されたモデルについて、特性関数を別の視点から調査したことになっている。具体的には特性関数の極限を考える際にVardi (1995) の方法(複素バージョンのMellin変換の方法)を用いて研究を進め、Gut, Martin-Lofの設定においてVardiの方法が適用可能であるための条件を整備した。

③研究の方法・進め方

これまでの科研の研究（平成21～25年度科学研究費補助金基盤研究(C)（研究課題番号21540133）「アルゴリズムの解析としての離散確率モデルの研究」研究代表者・中田寿夫）の延長としての研究の位置付けとなった。

本経費の活用に関して言うと、ソウルで開かれた国際数学会議に参加できたことが大きかった。短い間ではあったが、異分野の多くの研究者の仕事を俯瞰することができた。それだけでなく、報告者の講演もショートコミュニケーションとして発表することができた。さらには、ノートパソコンを購入することもできて、国際数学会議での発表で使用した。その後もノートパソコンは色々な情報を収集する際やちょっとしたプログラムで確率現象をチェックする際にも重宝している。予算の関係上、関連の専門図書を十分に購入することが難しい状況であったので残念に思われるが、必要なもの一部は以前の研究で揃えておいたのでそれを利用することができた。

また、校費や外部の補助金も利用して積極的に学外に出張して、これまでの成果を発表したり、他の研究者による研究を聞くことができた。九州確率論セミナーでは、これまでの報告者の関連する研究をまとめて講演した。広島確率論・力学系ミニワークショップでは、ペテルスブルグのゲームに限定して歴史的観点からも講演することができた。統計数理研究所で行われた「無限分解可能過程に関連する諸問題」（2014年11月27日～11月29日）では、本研究で行われた内容を直接的に講演した。この研究集会では統計数理研究所から旅費の補助を得ることができた。

④実施体制

基本的には報告者の単独の研究によるものであるが、学会発表の際には活動的な確率論研究者にいくつかの有用な助言を頂いた。統計数理研究所で開催された「無限分解可能過程に関連する諸問題」の研究集会に出張するにあたっては研究集会の責任者である統計数理研究所の志村隆彰助教には研究上のアドバイスだけでなく事務的な事柄についても色々とお世話になった。

⑤平成26年度実施による研究成果

一般化されたペテルスブルグのゲームの問題のことに限定して書く。極限分布が存在するかどうかなの問題については明確な解答を与えることができた。また、極限分布についての特性関数は、留数解析の側面から眺めることができた。具体的に言うと、分布をFourier変換した際にあらわれる複素積分について、特異点のうちでも極で分類することができ、1位の極のみで計算できる場合と1位の極と2位の極の混在する場合があります振舞いが全く違うことがわかった。この内容は2015年の初めにアメリカの確率統計の速報雑誌(Stat. Prob. Lett.)により出版された。

⑥今後の予想される成果(学問的効果、社会的効果及び改善点・改善効果)

今回のペテルスブルグのゲームの結果から、極限分布のもつ意味を広く解釈する研究が進むように思われる。無限分解可能分布の中でも半安定分布になっていることも分かるが、半安定分布の族の中で、極限分布で出てくる分布の位置付けの研究も考えることができる。半安定分布は安定分布と違い、解明されている事柄が多いとは言えず、数少ない具体例として考えられるのではないかと思われる。

⑦研究の今後の展望

今回は確率モデルをペテルスブルグのゲームから導かれる確率分布に限定してそれを一般化したものを集中的に調べたものである。今後は、この手法がどこまで一般化できるのか理論の適用範囲を見極めていく研究が考えられる。

⑧主な学会発表及び論文等

過去の業績も平成26年の期間中に発表されたこともあり、報告者の例年の業績よりもかなり多くなっている。しかしながら、数学以外の他の分野より学会発表や発表論文数も少ないと思われるので主なものだけではなく全てを報告することにする。

学会発表

1. T. Nakata, Limit theorems for nonnegative independent random variables with truncation, SC12-07-02 International Congress of Mathematicians, Seoul 2014, COEX Center, Seoul, Korea, 2014, August 18.

その報告書:

International Congress of Mathematicians, Seoul 2014, Abstracts, Short Communications/Poster Sessions, page 425.

2. 中田寿夫,
期待値の発散するゲームの極限定理について,
九州確率論セミナー,
平成26年10月10日,
九州大学 伊都キャンパス.

3. 中田寿夫,
一般化されたペテルスブルグのゲームの極限分布について,
共同研究集会「無限分解可能過程に関連する諸問題」,
平成26年11月28日,
統計数理研究所.

その報告書:

統計数理研究所共同研究レポート350,
無限分解可能過程に関連する諸問題(19),
34--43, 2015年2月.

4. 中田寿夫,
ペテルスブルグのゲームに関連する数理,
日本オペレーションズ・リサーチ学会九州支部
平成26年度 第3回講演会・研究会(招待講演),
平成26年12月6日, 西南学院大学学術研究所.

5. 中田寿夫,
一般化されたペテルスブルグのゲームについて,
広島確率論・力学系ミニワークショップ,
平成27年3月10日,
広島大学理学部.

論文

1. Toshio Nakata,
Limit theorems for nonnegative independent random variables with truncation
Acta Mathematica Hungarica (Springer), (2015), Vol. 145, No. 1, 1--16.

2. Toshio Nakata,
Limit distributions of generalized St. Petersburg games
Stat. Prob. Lett. (Elsevier), (2015), Vol. 96, 307--314.

3. Toshio Nakata,
Another Probabilistic Proof of a Binomial Identity
Fibonacci Quart. (2014), Vol. 52, No. 2, 139--140.

4. Toshio Nakata,
The number of collisions for the occupancy problem with unequal probabilities
Adv. Appl. Prob., (2014), Vol. 46. No.1, 168--185.

○本報告書は、本学ホームページを通じて学内外に公開いたします。

○本経費により作成された成果物や資料等については、必ず全て添付願います。