

平成 31 年度入学試験問題（前期日程）

# 数 学

（中等教育教員養成課程 数学専攻）

## 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答紙は 4 枚（4 の 1，4 の 2，4 の 3，4 の 4）あります。  
試験開始後、各解答紙の上部の 2 箇所に受験番号を記入しなさい。  
また、計算紙にも受験番号を記入しなさい。
3. 解答はすべて解答紙の所定の解答欄に記入しなさい。解答紙の裏面に記入した解答は採点の対象になりませんので注意してください。
4. 定規，コンパスは使用できません。

{ 1 } , { 2 } ..... 1 ページ

{ 3 } , { 4 } ..... 2 ページ

[ 1 ] 次の問いに答えよ。

(問 1) 連立方程式

$$\begin{cases} \log_2(1-x) - 2\log_4(y+6) = -2 \\ 3 \cdot 2^x + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^y = 2 \end{cases}$$

を解け。

(問 2)  $m, n$  を自然数とする。 $m^2+1$  と  $n^2+1$  がともに 5 で割り切れるならば、 $m^3n^3 - mn$  も 5 で割り切れることを示せ。

(問 3)  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin x}$  の値を求めよ。

[ 2 ]  $a$  を正の定数とする。座標平面上の点  $A(a, 0)$ 、点  $B(-a, 0)$  について、次の問いに答えよ。

(問 1) 任意の点  $P(x, y)$  について、

$$\left(|\vec{PA}||\vec{PB}|\right)^2 = \left(\vec{PA} \cdot \vec{PB}\right)^2 + 4a^2y^2$$

となることを示せ。ただし、 $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$  は  $\vec{PA}$  と  $\vec{PB}$  の内積を表し、 $|\vec{PA}|$  と  $|\vec{PB}|$  はそれぞれ  $\vec{PA}$  と  $\vec{PB}$  の大きさを表す。

(問 2) 点  $P(x, y)$  が

$$|\vec{PA}||\vec{PB}| = 2\vec{PA} \cdot \vec{PB}$$

を満たすとき、 $P$  はどのような図形上にあるか図示せよ。

[ 3 ] 1 から 5 までの番号を 1 つずつ書いた 5 枚のカードがある。この中から 1 枚のカードを引いて番号を記録して元に戻す作業を  $n$  回繰り返す。このとき、記録した番号の和が偶数である確率を  $p_n$  とする。次の問いに答えよ。

(問 1)  $p_1, p_2, p_3$  を求めよ。

(問 2)  $p_n$  と  $p_{n+1}$  の関係式を求めよ。

(問 3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$  を求めよ。

[ 4 ] 曲線  $y = \sqrt{1-x^2} + x - 1$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) と  $x$  軸で囲まれた部分を  $D$  とする。次の問いに答えよ。

(問 1) 極値、凹凸を調べて曲線の概形を書け。

(問 2)  $D$  の面積を求めよ。

(問 3)  $D$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。