令和７年度入学試験問題（前期日程）

数　　　　　　学

中等教育教員養成課程
中等教育プログラム　数学専攻

注意事項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**
2. 解答紙は４枚（４の１，４の２，４の３，４の４）あります。
3. 試験開始後，各解答紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。また，計算紙にも受験番号を記入しなさい。
4. 解答はすべて解答紙の所定の解答欄に記入しなさい。**解答紙の裏面に記入した解答は採点の対象になりません。**
5. 定規，コンパスは使用できません。

〔1〕 次の問いに答えよ。

(問1) $(x-5y+2z)^7$ の展開式における x^4y^2z の係数を求めよ。

(問2) n は自然数とする。4^n-3n+8 は 9 の倍数であることを，n に関する数学的帰納法によって示せ。

(問3) 不定積分 $\displaystyle\int x\log(x+1)\,dx$ を求めよ。ただし，対数は自然対数とする。

〔2〕 $\triangle$OAB に対して，

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

とおく。実数 s，t が

$$2s+t=1,\quad s\geqq 0,\quad t\geqq 0$$

を満たしながら変化するとき，次の問いに答えよ。

(問1) 点 P の存在する範囲を求めよ。

(問2) 線分 AB を 2 : 3 に内分する点を C とする。線分 OC 上に点 P があるとき，OP : PC を求めよ。

(問3) 線分 OA 上の点 D，線分 OB 上の点 E をとり，平行四辺形 ODPE をつくる。この平行四辺形の面積が最大になるとき，直線 OP と線分 AB の交点を F とする。AF : FB を求めよ。

〔3〕 次の各問いに答えよ。

（問１） 複素数 z が $z^5=1$，$z\neq 1$ を満たしている。$w=z+\dfrac{1}{z}$ とおいたとき，w^2+w の値を求めよ。

（問２） 複素数 α の実部と虚部がともに正であり，$\alpha^5=1$ が成り立つとする。このとき，次の（ア），(イ）に答えよ。

（ア） $\alpha+\dfrac{1}{\alpha}$，$\alpha^2+\dfrac{1}{\alpha^2}$ の値をそれぞれ求めよ。

（イ） t を実数とする。$|4t-\alpha|<|2t-\alpha^2|$ を満たす t の範囲を求めよ。

〔4〕 $-\dfrac{\pi}{2}<x<\pi$ の範囲で，関数 $f(x)$，$g(x)$ を

$$f(x)=\frac{\sin x}{1+\sin x},\quad g(x)=\frac{\cos x}{1+\sin x}$$

と定める。次の各問いに答えよ。

（問１） 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。

（問２） 曲線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ の交点の座標を求めよ。

（問３） 曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ および y 軸によって囲まれる部分の面積を求めよ。