令和５年度入学試験問題（前期日程）

数　　　　　学

中等教育教員養成課程
中等教育プログラム　数学専攻

注意事項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**
2. 解答紙は４枚（４の１，４の２，４の３，４の４）あります。
3. 試験開始後，各解答紙の上部の２箇所に受験番号を記入しなさい。また，計算紙にも受験番号を記入しなさい。
4. 解答はすべて解答紙の所定の解答欄に記入しなさい。**解答紙の裏面に記入した解答は採点の対象になりません。**
5. 定規，コンパスは使用できません。

〔1〕 次の問いに答えよ。

（問1）

非公表

（問2） 次の連立方程式を解け。ただし，x，y は正の実数であり，$x \neq 1$，$y \neq 1$ とする。

$$\begin{cases} 2\log_2 \dfrac{x}{4} + \log_3 3y = 2 \\ \log_x 8 + \log_y 9 = 3 \end{cases}$$

（問3） 定積分 $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos x}\,dx$ の値を求めよ。

〔2〕 A の袋には白玉が w 個，青玉が b 個入っていて，B の袋にも白玉が w 個，青玉が b 個入っている。次の問いに答えよ。ただし，w，b はそれぞれ自然数とする。

（問1） A の袋から玉を 2 個同時に取り出したとき，白玉，青玉が 1 個ずつ取り出される確率を求めよ。

（問2） A の袋から玉を 2 個同時に取り出し，それらを B の袋に入れる。よくかき混ぜて B の袋から玉を 1 個取り出したとき，この玉が白玉である確率を求めよ。

〔3〕 $\alpha = \dfrac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$ とするとき，次の問いに答えよ。ただし，i は虚数単位とする。

（問1） 複素数 $1+\sqrt{3}i$ および $1+i$ を極形式で表せ。ただし，偏角 θ の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

（問2） $\cos\left(-\dfrac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{12}\right)$ を α を用いて表せ。

（問3） $\beta = \sqrt{2}\alpha^3$，$\gamma = 2\sqrt{2}i$ とおく。複素数平面において，点 β を，点 γ を中心として $-\dfrac{\pi}{12}$ だけ回転した点を表す複素数を求めよ。

（問4） $z = \dfrac{\alpha^4}{2}$ とおく。n を 2 より大きい自然数とし，

$$S_n = 1 + z + z^2 + \cdots + z^n$$

とする。S_n が純虚数であり S_n の虚部が正となる最小の n とそのときの S_n の値を求めよ。

〔4〕 $f(x) = |x-1|\,e^x$ とする。次の問いに答えよ。ただし，e は自然対数の底とする。

（問1） 関数 $f(x)$ は $x=1$ において微分可能でないことを示せ。

（問2） 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。

（問3） $g(x) = 2xe^x$ とする。2 つの曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ と y 軸によって囲まれた部分の面積を求めよ。