令和４年度入学試験問題（一般選抜：追試験）

数　学

（中等教育教員養成課程　数学専攻）

注意事項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**
2. 解答紙は４枚（４の１，４の２，４の３，４の４）あります。
3. 試験開始後，各解答紙の上部の２箇所に受験番号を記入しなさい。また，計算紙にも受験番号を記入しなさい。
4. 解答はすべて解答紙の所定の解答欄に記入しなさい。**解答紙の裏面に記入した解答は採点の対象になりませんので注意してください。**
5. 定規，コンパスは使用できません。

〔 1 〕,〔 2 〕………… 1ページ
〔 3 〕,〔 4 〕………… 2ページ

〔1〕　次の問いに答えよ。

（問1）　空間内に 4 点 $O(0, 0, 0)$，$A(1, 2, 1)$，$B(1, -1, -1)$，$P(2, 2, -4)$ がある。点 P から平面 OAB に下ろした垂線と平面 OAB の交点を Q とする。Q の座標を求めよ。

（問2）　小学生が 5 人，中学生が 4 人，高校生が 3 人いる。この 12 人から小学生，中学生，高校生それぞれが少なくとも 1 人以上含まれるように選ぶ。選び方は何通りあるか。

（問3）　$\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2+3}\,dx$ の値を求めよ。

〔2〕　次の問いに答えよ。

（問1）　n を整数とするとき，次の（ア），（イ）に答えよ。

（ア）　n が 5 で割り切れないとき n^4-1 は 5 で割り切れることを示せ。

（イ）　n^9-n は 15 で割り切れることを示せ。

（問2）　直角三角形の直角の頂点を O とし，斜辺の長さを 1 とする。2 以上の自然数 n に対して，斜辺を n 等分する点を P_1，P_2，P_3，$\cdots$，P_{n-1} とおいたとき

$$\sum_{k=1}^{n-1} (OP_k)^2$$

を求めよ。

〔３〕　複素数 α は

$$(\alpha+2i)^6=-2^6$$

を満たし，α の実部は正であり，α の虚部は -2 よりも大きい。次の問いに答えよ。ただし，i は虚数単位を表す。

（問１）　α を求めよ。

（問２）　複素数 β が

$$(\beta-i)^2+2(\beta-i)(\alpha-i)+4(\alpha-i)^2=0$$

を満たしているとき，次の（ア），（イ）に答えよ。

（ア）　$\dfrac{\beta-i}{\alpha-i}$ を極形式で表せ。ただし，偏角 θ は $0\leqq\theta<2\pi$ とする。

（イ）　複素数平面上の 3 点 α，β，i を頂点とする三角形の面積を求めよ。

〔４〕　a を 1 より大きい実数とする。原点から曲線 $y=(\log x)^2$ へ引いた接線が点 $(a,(\log a)^2)$ で曲線 $y=(\log x)^2$ に接している。次の問いに答えよ。ただし，対数は自然対数とする。

（問１）　$y=(\log x)^2$ の増減および凹凸を調べて $y=(\log x)^2$ のグラフをかけ。

（問２）　a の値を求めよ。

（問３）　不定積分 $\displaystyle\int\log x\,dx$ を求めよ。

（問４）　曲線 $y=(\log x)^2$ と x 軸および直線 $x=a$ で囲まれた部分の面積を求めよ。